



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۳
۲ اردیبهشت ۱۴۰۴



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	ابوالفضل فروغی - داود روزبهانی
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب - احمدرضا فلاح حسن محمدبیگی	داریوش امیری - داود روزبهانی
۳	گسسته		رضا توکلی	ابوالفضل فروغی - داود روزبهانی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مرتضی میرخانی	محمدرضا خادمی - غلامرضا محبی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره	مهدی برزگر - کارو محمدی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} (a_r)^r &= (a_r - a_1)(a_r + a_1) \\ (a_1 q^r)^r &= (a_1 q - a_1)(a_1 q + a_1 q^r) \\ a_1^r q^r &= a_1^r q(q-1)(1+q) \\ q^r &= q^r - 1 \Rightarrow q^r - q^r = -1 \\ & \text{(ریاضی دهم، صفحه ۲۵)} \end{aligned}$$

۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} x^2 + mx + n = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -m \\ \alpha\beta = n \end{cases} \\ x^2 + mx + n + 3 = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 1 + \beta + 1 = -m \\ (\alpha - 1)(\beta + 1) = n + 3 \end{cases} \\ \Rightarrow \alpha\beta + \alpha - \beta - 1 &= n + 3 \\ \Rightarrow n + \alpha - \beta = n + 4 &\Rightarrow \alpha - \beta = 4 \end{aligned}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} y > x &\Rightarrow 3x^2 - \left(\frac{2m}{3}\right)x + x + \frac{m+4}{3} > x \\ &\Rightarrow 9x^2 - 2mx + m + 4 > 0 \\ \begin{cases} 9 > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4m^2 - 36(m+4) < 0 \\ m^2 - 9m - 36 < 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow -3 < m < 12 \\ & \text{(ریاضی دهم، صفحه ۱۶)} \end{aligned}$$

۴. گزینه ۱ صحیح است.

راه اول:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8 & 4 & 2 & 8 \\ 8 & 0 & a & 8 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} AH \times BC \\ &\Rightarrow |32 + 0 + 8a - 16 - 4a - 0| = 2\sqrt{5} \times \sqrt{10} \\ &\Rightarrow |4a + 16| = 40 \Rightarrow a = 6 \text{ یا } -14 \end{aligned}$$

راه دوم:

$$\begin{aligned} m_{BC} &= \frac{8-0}{8-4} = 2 \\ BC \text{ معادله: } &y = 2x - 8 \\ AH &= \frac{|4-a-8|}{\sqrt{1+4}} = \frac{|a+4|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \\ \Rightarrow |a+4| &= 10 \Rightarrow a = 6 \text{ یا } -14 \end{aligned}$$

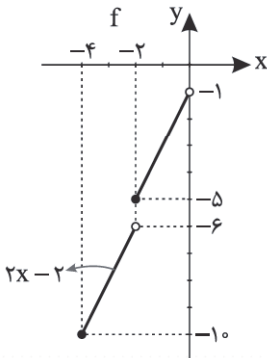
(حسابان یازدهم، صفحه ۳۳)

۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \log_{24} 18 &= 2 - \frac{\Delta}{A} \Rightarrow \frac{\Delta}{A} = 2 - \log_{24} 18 \\ \Rightarrow \frac{\Delta}{A} &= \log_{24} 24^2 - \log_{24} 18 = \log_{24} \frac{576}{18} \\ \Rightarrow \log_{24} 32 &= \Delta \log_{24} 2 \Rightarrow A = \log_2 24 = \log_2 8 + \log_2 3 \\ &= 3 + \log_2 3 \Rightarrow A - 3 = \log_2 3 \end{aligned}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۰)

۶. گزینه ۲ صحیح است.



$$\begin{aligned} f(-2) &= -5 \\ f(-5a) &= -7 \\ \Rightarrow 2(-5a) - 2 &= -7 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ f(-a) &= f\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 + \left[-\frac{1}{2}\right] = -\frac{3}{2} \\ & \text{(حسابان یازدهم، صفحه ۴۹)} \end{aligned}$$

۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} y = x + 2 \xrightarrow{y=4} x &= 2 \\ \text{پس نمودار } f \text{ از نقطه } (2, 4) &\text{ عبور می کند.} \\ f(4) = 2 \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{4a+1}} = 2 &\Rightarrow \sqrt{4a+1} = 3 \Rightarrow a = 2 \\ f\left(\frac{1}{a}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{2} \\ & \text{(حسابان یازدهم، صفحه ۵۴)} \end{aligned}$$

۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{واحد راست } 3: y &= (x-3)^2 - 3(x-3) + 5 = x^2 - 9x + 23 \\ \text{واحد پایین } 2: y &= x^2 - 9x + 23 - 2 = x^2 - 9x + 21 \\ \text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها: } &y = -(x^2 - 9x + 21) = -x^2 + 9x - 21 \\ f(x) = f(x+2) & \\ -x^2 + 9x - 21 &= -(x+2)^2 + 9(x+2) - 21 \\ = -x^2 - 4x - 4 + 9x + 18 - 21 & \\ \Rightarrow -4x - 4 + 18 = 0 &\Rightarrow x = \frac{7}{4} \end{aligned}$$

راه دوم: f یک سهمی است و f(x) = f(x+2) پس:

$$\begin{aligned} \frac{x+(x+2)}{2} &= \text{طول رأس سهمی} \\ \frac{2x+2}{2} = \frac{3}{2} + 3 &\Rightarrow 2x+2 = 9 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \\ & \text{(ریاضی دهم، صفحه ۱۱۳)} \end{aligned}$$

۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} \tan x + \cot x &= \frac{1}{\sin x \cos x} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{3} \\ \text{در بازه داده شده، } \sin x - \cos x &\text{ مثبت است.} \\ A = \sin x - \cos x \Rightarrow A^2 &= 1 - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \sin^2 x - \cos^2 x &= (\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x) \\ = \frac{\sqrt{3}}{3} \left(1 + \frac{1}{3}\right) &= \frac{4\sqrt{3}}{9} \\ & \text{(ریاضی دهم، صفحه ۴۲)} \end{aligned}$$



۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

دو طرف تساوی را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{2 \sin^2 x + 2k \sin x \cos x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x + 2k \tan x = 1 \Rightarrow 1 + 4k = 1 \Rightarrow k = -\frac{1}{4}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۴۲)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

$a.b < 0 \Rightarrow$ فرض $a < 0, b > 0$

$$\begin{cases} \max = 1 = c + |a| = c - a \\ \min = -3 = c - |a| = c + a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} T = \frac{1}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow ab + c = -9$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۴)

۱۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \frac{4\pi}{3} + k \sin^2 \frac{2\pi}{3} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} k = 0 \Rightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2x + \frac{2}{3} \sin^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1 - 2 \sin^2 x + \frac{2}{3} \sin^2 x = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \text{مجموع} = \frac{12\pi}{3} = 4\pi$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۵)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

راه اول:

$$6 - 2x = t$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - \sqrt{t}}{x^2 + 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2 - \sqrt{t})(4 + 2\sqrt{t} + \sqrt{t}^2)}{(x+1)(x+3)(4 + 2\sqrt{t} + \sqrt{t}^2)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\lambda - t}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\lambda - 6 + 2x}{24(x+1)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x+1)}{24(x+1)} = \frac{1}{12}$$

راه دوم: هوییتال

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{3\sqrt{(6-2x)^2}} = \frac{2}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴۱)

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

برای آنکه f در ریشهٔ مخرج یعنی $\lambda x + b = 0$ پیوسته باشد باید

$$x = -\frac{b}{\lambda} = -1 \Rightarrow b = \lambda$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{ax^2 + \lambda x + c}}{|\lambda x + \lambda|} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4(x+1)^2}}{|\lambda x + \lambda|} = \frac{1}{4}$$

و همچنین $a = 4$ است.

$$f(-1) = \frac{1}{4} \Rightarrow -a + m = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{17}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۵۱)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} \frac{f(x)}{1 - 2 \cos(\pi x)} = \frac{f(\frac{1}{3}^+)}{0^+} = -\infty \Rightarrow f(\frac{1}{3}^+) < 0$$

به طور مشابه باید $f(\frac{1}{3}^-) > 0$ باشد که فقط گزینه ۴ هر دو شرط را دارد.
(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۶)

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{2(-\frac{\pi}{x})(\tan \frac{\pi}{x})(1 + \tan^2 \frac{\pi}{x})}{2\sqrt{3 + \tan^2 \frac{\pi}{x}}}$$

$$f'(4) = \frac{-\frac{2\pi}{16} \times 1 \times 2}{2\sqrt{4}} = -\frac{\pi}{16}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۸۴)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

شرط مماس بودن آن است که $f' = g'$ و $f = g$ باشد.

$$\begin{cases} f'(x) = a + \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2}} \\ g'(x) = 2ax + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(2) = g(2) \Rightarrow 2 + 2a = 4a + 2b \Rightarrow 2a + 2b = 2 \\ f'(2) = g'(2) \Rightarrow a + 1 = 4a + b \Rightarrow 3a + b = 1 \end{cases}$$

از حل دستگاه $\begin{cases} 2a + 2b = 3 \\ 3a + b = 1 \end{cases}$ مقدار $a = -\frac{1}{4}$ و $b = \frac{5}{4}$ به دست می‌آید.
(حسابان دوازدهم، صفحه ۸۴)

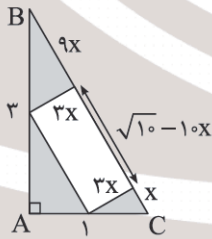
۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

اضلاع مثلث ABC را ۱، ۳ و $\sqrt{10}$ فرض کنید. هر سه مثلث رنگ‌شده با مثلث ABC متشابه است و نسبت تشابه برابر $\frac{1}{3}$ است.

$$S = 3x(\sqrt{10} - 1 \cdot x)$$

$$S' = 3\sqrt{10} - 6x$$

$$S' = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

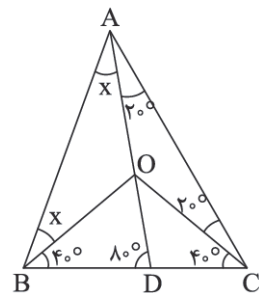


$$\frac{\text{طول}}{\text{عرض}} = \frac{\sqrt{10} - 1 \cdot x}{3x} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{10}}{3\sqrt{10}} = \frac{1}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۲)

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.



از نقطه O (نقطهٔ هم‌رسی عمودمنصف‌ها) به رأس‌های A و C نیز وصل می‌کنیم. نقطه O از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله است. بنابراین $OA = OB = OC$.

بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{ADB} = \widehat{E} = \alpha \\ AD \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(ز.ز)} \triangle ABD \sim \triangle AEC$$

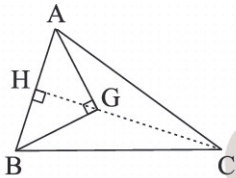
$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle AEC}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 \xrightarrow{S_{\triangle ABD} = 6} \frac{6}{S_{\triangle AEC}} = \left(\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{6}{S_{\triangle AEC}} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{\triangle AEC} = 8$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۷)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

نقطه G نقطه همرسی میانه‌های مثلث ABC است. پس امتداد CG میانه وارد بر ضلع AB است. از طرف دیگر مثلث ABC متساوی‌الساقین است. پس میانه وارد بر AB ارتفاع هم هست.



در ضمن در مثلث قائم‌الزاویه ABG میانه GH وارد بر وتر AB است. پس:

$$GH = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

چون نقطه تلاقی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند،
 CG = ۲GH = ۲√۳ است و در نتیجه CH = ۳√۳ است.

$$S_{ACBG} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} CH \times AB - \frac{1}{2} GH \times AB$$

$$= \frac{1}{2} (3\sqrt{3})(2\sqrt{3}) - \frac{1}{2} (\sqrt{3})(2\sqrt{3}) = 9 - 3 = 6$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۷)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم اندازه کمان‌های بین دو وتر موازیند مساویند، پس:

$$AB \parallel EF \Rightarrow \widehat{AE} = \widehat{BF} \xrightarrow{\widehat{AE} = 15^\circ} \widehat{BF} = 15^\circ$$

از طرف دیگر:

$$\widehat{AB} + \widehat{BF} + \widehat{FD} + \widehat{DC} + \widehat{CE} + \widehat{EA} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + 15^\circ + 100^\circ + \widehat{CD} + 80^\circ + 15^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 150^\circ \quad (1)$$

در ضمن:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{BAE} - \widehat{CD}}{2} \xrightarrow{\widehat{M} = 20^\circ} 20^\circ = \frac{15^\circ + \widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} - \widehat{CD} = 25^\circ \quad (2)$$

از (1) و (2) کم می‌کنیم $\rightarrow 2\widehat{CD} = 125^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{CD} = 62,5^\circ$$

بنابراین اندازه کمان AED برابر است با:

$$\widehat{AED} = \widehat{AE} + \widehat{EC} + \widehat{CD} = 15^\circ + 80^\circ + 62,5^\circ = 157,5^\circ$$

در نتیجه هر کدام از سه مثلث OAC، OAB و OBC متساوی‌الساقین هستند و داریم:

$$\triangle ADC: \widehat{ADB} \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{C} + \widehat{DAC}$$

$$\Rightarrow 80^\circ = 60^\circ + \widehat{DAC} \Rightarrow \widehat{DAC} = 20^\circ$$

$$\triangle OAC: \widehat{OCA} = \widehat{OAC} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{OCB} = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

$$\triangle OBC: \widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 40^\circ$$

از طرفی مجموع زوایای مثلث ABC برابر ۱۸۰ است. با فرض OAB = OBA = x داریم:

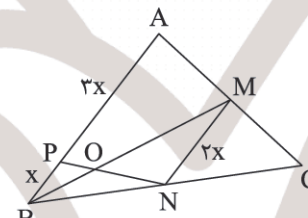
$$2x + 2(20^\circ) + 2(40^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 2x = 60^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

$$\widehat{OBC} - \widehat{OBA} = 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

توجه! طبق نتیجه تالس پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، موازی ضلع سوم و برابر با نصف طول ضلع سوم است.



$$\frac{AP}{PB} = 3 \Rightarrow \begin{cases} AP = 3x \\ PB = x \end{cases}$$

$$MN = \frac{1}{2} AB = 2x$$

از طرفی مثلث‌های OBP و OMN با هم متشابه هستند. پس اگر ارتفاع وارد بر PB در مثلث OBP را برابر h در نظر بگیریم، ارتفاع وارد بر MN در مثلث OMN برابر ۲h خواهد بود. بنابراین ارتفاع دوزنقه AMNB برابر ۳h و از آنجا که M و N وسط اضلاع هستند، اندازه ارتفاع وارد بر AB در مثلث ABC برابر ۶h است. پس ارتفاع وارد بر MN در مثلث MNC برابر ۳h خواهد بود.

ارتفاع وارد بر PB در مثلث OBP را برابر h در نظر بگیریم، ارتفاع وارد بر MN در مثلث OMN برابر ۲h خواهد بود. بنابراین ارتفاع دوزنقه AMNB برابر ۳h و از آنجا که M و N وسط اضلاع هستند، اندازه ارتفاع وارد بر AB در مثلث ABC برابر ۶h است. پس ارتفاع وارد بر MN در مثلث MNC برابر ۳h خواهد بود.

ارتفاع وارد بر PB در مثلث OBP را برابر h در نظر بگیریم، ارتفاع وارد بر MN در مثلث OMN برابر ۲h خواهد بود. بنابراین ارتفاع دوزنقه AMNB برابر ۳h و از آنجا که M و N وسط اضلاع هستند، اندازه ارتفاع وارد بر AB در مثلث ABC برابر ۶h است. پس ارتفاع وارد بر MN در مثلث MNC برابر ۳h خواهد بود.

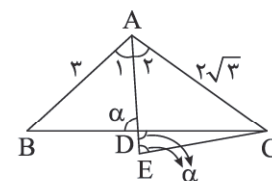
ارتفاع وارد بر PB در مثلث OBP را برابر h در نظر بگیریم، ارتفاع وارد بر MN در مثلث OMN برابر ۲h خواهد بود. بنابراین ارتفاع دوزنقه AMNB برابر ۳h و از آنجا که M و N وسط اضلاع هستند، اندازه ارتفاع وارد بر AB در مثلث ABC برابر ۶h است. پس ارتفاع وارد بر MN در مثلث MNC برابر ۳h خواهد بود.

$$\frac{S_{\triangle OBP}}{S_{\triangle MNC}} = \frac{\frac{1}{2} BP \times h}{\frac{1}{2} MN \times 3h} = \frac{x \times h}{2x \times 3h} = \frac{1}{6}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۸)

۲۱. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنیم زاویه E برابر alpha باشد، داریم:



$$\left. \begin{aligned} EC = DC \Rightarrow \widehat{EDC} = \widehat{E} = \alpha \\ \widehat{ADB} = \widehat{EDC} = \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{E} = \alpha$$



پس:

$$\widehat{AED} = \frac{\alpha}{360^\circ} (2\pi R) = \frac{157/5^\circ}{360^\circ} \times 12\pi = 5/25\pi$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۱۶)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

دو نیمساز داخلی و خارجی \hat{A} بر هم عمودند. از طرف دیگر می‌دانیم ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط متقاطع یک دوران با زاویه‌ای مساوی دو برابر زاویه بین دو محور بازتاب است پس C'' دوران یافته C به مرکز A با زاویه 180° است. بنابراین A وسط دو نقطه C و C'' است، پس:

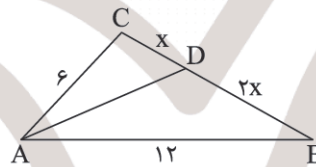
$$A = \frac{C+C''}{2} \Rightarrow C'' = 2A - C \Rightarrow C'' = 2(3, 2) - (1, -1) = (5, 5)$$

بنابراین:

$$BC'' = \sqrt{(x_B - x_{C''})^2 + (y_B - y_{C''})^2} = \sqrt{(-1 - 5)^2 + (4 - 5)^2} = \sqrt{37}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۵)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.



نیمساز AD را در مثلث ABC رسم می‌کنیم. طبق قضیه نیمسازها داریم:

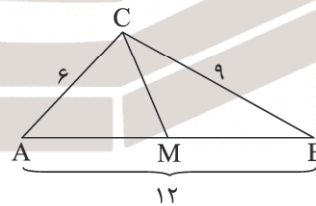
$$\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} CD = x \\ BD = 2x \end{cases}$$

حال طبق رابطه طول نیمساز داخلی می‌توان نوشت:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \Rightarrow (3\sqrt{6})^2 = 12 \times 6 - 2x \times x \Rightarrow 54 = 72 - 2x^2 \Rightarrow 2x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x>0} x = 3$$

بنابراین طول ضلع BC برابر است با:

$$BC = 3x = 9$$



حال میانه CM را در مثلث ABC رسم می‌کنیم. طبق قضیه میانه‌ها داریم:

$$AC^2 + BC^2 = 2CM^2 + \frac{AB^2}{2} \Rightarrow 6^2 + 9^2 = 2CM^2 + \frac{12^2}{2} \Rightarrow 2CM^2 = 45 \Rightarrow CM^2 = \frac{45}{2} \Rightarrow CM = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا دترمینان ماتریس A را پیدا می‌کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} |A|+3 & |A|-4 \\ 2|A|+3 & |A|-2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} |A|+3 & |A|-4 \\ 2|A|+3 & |A|-2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = (|A|^2 + |A| - 6) - (2|A|^2 - 5|A| - 12)$$

$$\Rightarrow |A| = -|A|^2 + 6|A| + 6 \Rightarrow |A|^2 - 5|A| - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 6)(|A| + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 6 \\ |A| = -1 \end{cases}$$

دقت کنید! با توجه به فرض سوال $|A| < 0$ قابل قبول است.

بنابراین:

$$|A| = -1 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$AB = A^{-1} \cdot A^{-1} \Rightarrow B = (A^{-1})^2 = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

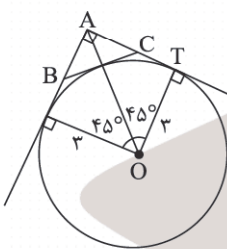
مجموع درایه‌های قطر فرعی ماتریس B برابر -4 است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۵)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

شعاع دایره عبارت است از:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 - 4(-7)} = 3$$



نقطه O مرکز دایره محاطی خارجی مثلث ABC است. پس OA نیمساز زاویه A است و شعاع OT بر خط شامل AC عمود است. بنابراین مثلث قائم‌الزاویه AOT متساوی‌الساقین است. پس:

$$AT = OT = 3$$

می‌دانیم $AT = P$ پس $P = 3$ است. داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= 5 \\ r &= \frac{S}{P-a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 = \frac{5}{3-a} \Rightarrow 9 - 3a = 5 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۶)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۱)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف (استاندارد) تبدیل می‌کنیم.

$$x = y^2 + 3y + 5 \Rightarrow y^2 + 3y = x - 5$$

$$\xrightarrow{+\frac{9}{4}} y^2 + 3y + \frac{9}{4} = x - \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow (y + \frac{3}{2})^2 = x - \frac{11}{4}$$

این سهمی رو به راست باز می‌شود و داریم:

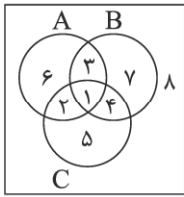
$$\text{رأس سهمی } S(\frac{11}{4}, -\frac{3}{2})$$

$$4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\text{کانون سهمی } F(\frac{11}{4} + \frac{1}{4}, -\frac{3}{2}) = (3, -\frac{3}{2})$$

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنید نواحی به صورت زیر شماره گذاری شده باشد:



$$(A \cup B) - C = \{6, 3, 7\}$$

$$(A \cup C) - B = \{2, 5, 6\}$$

زمانی دو مجموعه بالا برابر است که $\{2, 3, 5, 7\} = \emptyset$ باشد، اما داریم:

$$(B - A) - C = \{7\} = \emptyset$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۱۶ و ۲۷)

۳۳. گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنید داده‌های X_i دارای میانگین \bar{X} و انحراف معیار σ می‌باشند. پس ضریب تغییرات آنها $\frac{\sigma}{\bar{X}} = 0.12$ می‌باشد. در حالت $X_i + 2$ به هر داده ۲ واحد اضافه شده پس میانگین آنها $\bar{X} + 2$ و انحراف معیار همان σ می‌باشد. پس ضریب تغییرات $\frac{\sigma}{\bar{X} + 2} = 0.1$ است.

$$\begin{cases} \frac{\sigma}{\bar{X}} = 0.12 \\ \frac{\sigma}{\bar{X} + 2} = 0.1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{0.12}{0.1} \Rightarrow \frac{\bar{X} + 2}{\bar{X}} = \frac{6}{5}$$

$$\bar{X} = 10, \sigma = 1.2$$

میانگین داده‌های $2X_i - 5$ برابر $2\bar{X} - 5 = 15$ و انحراف معیار آنها $2\sigma = 2.4$ می‌باشد. پس ضریب تغییرات آنها $\frac{2.4}{15} = 0.16$ می‌باشد.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۱۷ و ۹۰)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

$A = \{ \text{مجموعه‌ای حالاتی که در ۴ صندوق اول هیچ دو برادری قرار ندارد} \}$
 $B = \{ \text{هیچ دو برادری کنار هم نباشد} \}$
 مسئله $P(B|A)$ را می‌خواهد.

$$P(B|A) = \frac{|A \cap B|}{|A|} = \frac{1 \times 6 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1}{1 \times 6 \times 4 \times 2 \times 4 \times 2 \times 2 \times 1} = \frac{3}{4}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴۸ و ۵۰)

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

چون ۴ عملیات متمایز است، کل حالات $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ می‌باشد. زمانی که بخواهیم از روی $y = f(x)$ تابع $y = af(bx + c) + d$ رسم کنیم باید عملیات الف زودتر از ج و عملیات د زودتر از ب انجام شود که این کار به $\frac{4!}{2!2!} = 6$ روش اتفاق می‌افتد. پس احتمال مطلوب $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ می‌باشد.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۵ و ۴۴)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا باقیمانده A را به ۹ و ۱۱ محاسبه می‌کنیم.

$$A \equiv 45^{23} - 33^{45} \equiv 0 - (-2) \equiv 45 \equiv 3 \pmod{9}$$

$$A \equiv 45^{23} - 33^{45} \equiv 11^{23} - 45 \equiv 11 \pmod{11}$$

$$\begin{cases} A \equiv 3 \pmod{9} \\ A \equiv 11 \pmod{11} \end{cases} \Rightarrow A \equiv 45$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۰ و ۳۰)

معادله پرتوی تابش (خط گذرنده از نقاط M و F) را پیدا می‌کنیم.

$$-\frac{3}{2} - 0 = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{معادله خط } y - 0 = \frac{1}{3}(x - \frac{15}{3})$$

$$\Rightarrow 3y = x - \frac{15}{3} \Rightarrow x = 3y + \frac{15}{3}$$

تلاقی این خط و سهمی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{cases} x = y^2 + 3y + 5 \\ x = 3y + \frac{15}{3} \end{cases} \Rightarrow y^2 + 3y + 5 = 3y + \frac{15}{3}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$$

با توجه به مختصات M و F ، مقدار $y = -\sqrt{\frac{5}{3}}$ برای نقطه برخورد قابل قبول است. حال چون پرتوی تابش از کانون عبور کرده، پس پرتوی بازتابش موازی با محور سهمی یعنی به طور افقی خارج می‌شود و معادله آن به صورت $y = -\sqrt{\frac{5}{3}}$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

در ناحیه هفتم دستگاه \mathbb{R}^3 ، هر سه مؤلفه x, y و z منفی است. فرض کنید $A = (-a, -b, -c)$ باشد ($a, b, c > 0$)، در این صورت داریم:

$$A = (-a, -b, -c) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } z} A' = (a, b, -c)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به صفحه } xz} A'' = (a, -b, -c)$$

با توجه به اینکه مؤلفه x مثبت و مؤلفه‌های y و z منفی است، پس A'' در ناحیه هشتم قرار دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۶۴)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی سه بردار \vec{a}, \vec{b} و \vec{c} برابر ۳ است، پس داریم:

$$|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 3$$

عبارت داده شده را به ساده‌ترین حالت ممکن می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} & |(\vec{y}\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{c}\vec{b} \times \vec{c} + \vec{y}\vec{b} \times \vec{a} + \vec{y}\vec{c} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a})| \\ &= |\lambda \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \mu \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) + \nu \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| \\ &+ \vec{y} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) + \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = |\lambda \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})| \end{aligned}$$

از طرفی می‌دانیم $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ ، پس حاصل عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$= |\lambda \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 9 |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 9 \times 3 = 27$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} (\sim p \vee q) \Rightarrow q &\equiv \sim(\sim p \vee q) \vee q \equiv (p \wedge \sim q) \vee q \\ &\equiv (p \vee q) \wedge (q \vee \sim q) \equiv p \vee q \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۱ و ۱۰)

می‌دانیم اگر ضرب عدد بخواهد مضرب ۶ باشد، باید حداقل یکی از عوامل عامل ۲ و حداقل یکی از عوامل مضرب ۳ باشد. در بهترین حالت اگر ۳۰ عددی که مضرب ۲ و ۳ نیستند و تمام مضارب فقط ۲ را برداریم، هنوز ضرب آنها عامل ۶ ایجاد نمی‌کند. کافی است از مضارب ۳ یکی انتخاب کنیم پس باید حداقل $۳۰ + ۳۰ + ۱ = ۶۱$ عضو برداریم.
(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۳ و ۸۵)

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0,04 \times 10^{-2} = \alpha \times 200$$

$$\Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ C}$$

$$\Delta F = 540^\circ F \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 540 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 300^\circ C$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3 \alpha \Delta \theta = 3 \times 2 \times 10^{-6} \times 300 = 18 \times 10^{-4} = 0,18\%$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۹۵)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

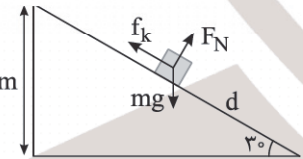
$$Q = mc\Delta\theta$$

$$F = 1,8\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{5}{9} \Delta F = \frac{5}{9} C$$

$$Q = mc\Delta\theta = 450 \times 10^{-3} \times 4200 \times \frac{5}{9} = 1050 J$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۸۵ و ۹۸)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2/5}{d} \Rightarrow d = 5m$$

$$\Delta E = W_{f_k} \Rightarrow \Delta U + \Delta K = W_{f_k} \Rightarrow -mgh + \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow (-2 \times 10 \times 2/5) + \frac{1}{2} \times 2(36 - 16) = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -30 J$$

$$W_{f_k} = -f_k d \Rightarrow -30 = -f_k \times 5 \Rightarrow f_k = 6N$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵۵، ۵۹ و ۶۸)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

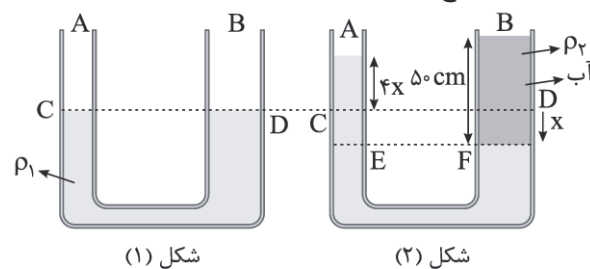
فشار هوا در ارتفاع h از سطح زمین از رابطه $P = P_0 - \rho gh$ به دست می‌آید:

$$P = 0 \Rightarrow 10^5 - 1,25 \times 10 \times h = 0$$

$$h = \frac{100000}{12,5} = 8000 m = 8 km$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۴ و ۳۶)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.



۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم $m = 99y_0 + 17x_0$ می‌باشد.

$$(x_0, y_0) = 23 \Rightarrow \begin{cases} 23 | 17x_0 \Rightarrow 23 | 17x_0 \\ \text{و} \\ 23 | 99y_0 \Rightarrow 23 | 99y_0 \end{cases} \Rightarrow 23 | m \Rightarrow m = 23q$$

اولین m رقمی، $m = 115$ می‌باشد.

$$17x + 19y = 115 \Rightarrow 19y \equiv 115 \pmod{17} \Rightarrow 2y \equiv 30 \pmod{17} \Rightarrow y \equiv -2$$

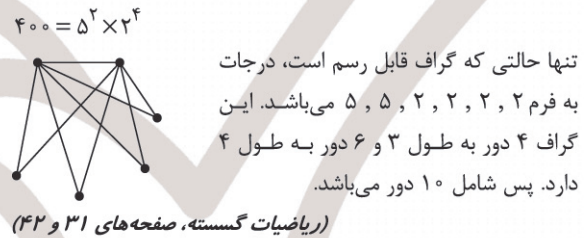
با جایگذاری y جواب معادله سیاله به فرم زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} x = 9 - 19t \\ \text{و} \\ y = -2 + 17t \end{cases} \Rightarrow x + y = 7 - 2t \xrightarrow{t=3} x + y = 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۵ و ۲۷)

۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم $p-1 \leq \Delta \leq p$ است.



۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

$A = \{\text{تعداد حالاتی که به احمد میوه نرسد}\}$
 $B = \{\text{تعداد حالاتی که به حسین میوه نرسد}\}$
 $C = \{\text{تعداد حالاتی که به رضا میوه نرسد}\}$

خواست مسئله $|A' \cap B' \cap C|$ می‌باشد.

تعداد راه‌های توزیع ۵ سیب و یک گلابی بین ۳ نفر جواب معادله

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ \text{و} \\ y_1 + y_2 + y_3 = 1 \end{cases}$$

می‌باشد. پس تعداد کل $\binom{7}{2} \binom{3}{2} = 63$

می‌باشد.

$$|A| = |B| = |C| = \binom{6}{1} \binom{2}{1} = 12$$

$$|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 1, |A \cap B \cap C| = 0$$

$$|A' \cap B' \cap C'| = \text{کل} - |A \cup B \cup C| = 63 - 3 \times 12 + 3 = 30$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۳ و ۸۰)

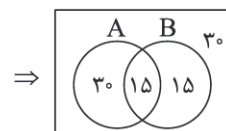
۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا تعداد مضارب ۲ و مضارب ۳ را محاسبه می‌کنیم.

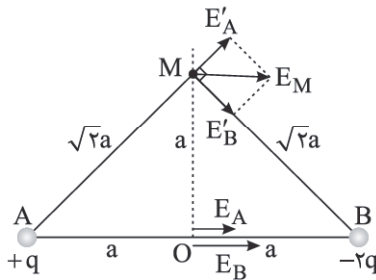
$$|A| = 2 \text{ تعداد مضارب} = \left[\frac{99}{2} \right] - \left[\frac{9}{2} \right] = 45$$

$$|B| = 3 \text{ تعداد مضارب} = \left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 30$$

$$|A \cap B| = 6 \text{ تعداد مضارب} = \left[\frac{99}{6} \right] - \left[\frac{9}{6} \right] = 15$$



۴۸. گزینه ۳ صحیح است.



در نقطه O داریم:

$$E_A = \frac{kq}{a^2}$$

$$E_B = \frac{2kq}{a^2} = 2E_A$$

$$E_O = 3E_A$$

در نقطه M داریم:

$$\begin{cases} E'_A = \frac{kq}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{kq}{2a^2} = \frac{E_A}{2} \\ E'_B = \frac{k(2q)}{2a^2} = \frac{kq}{a^2} = E_A \end{cases}$$

دو میدان E'_B و E'_A در نقطه M بر یکدیگر عمودند.

$$E_M = \sqrt{E'^2_A + E'^2_B}$$

$$E_M = \sqrt{\frac{1}{4}E_A^2 + E_A^2} = \sqrt{\frac{5}{4}E_A^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}E_A$$

$$\frac{E_M}{E_O} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}E_A}{3E_A} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow E = \frac{20}{2 \times 10^{-3}} = 10^4 \frac{N}{C}$$

چون خازن به مولد متصل است، از رابطه $E = \frac{V}{d}$ ، ولتاژ دو سر مولد ثابت مانده و فاصله بین دو صفحه هم تغییر نکرده است، پس میدان الکتریکی ثابت می‌ماند.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۶، ۲۹ و ۳۳ تا ۳۵)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$U_{\max C} = U_{\max L}$$

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}LI_m^2 \Rightarrow I_m^2 = \frac{CV^2}{L} = \frac{8 \times 10^{-6} \times 2500}{20 \times 10^{-3}} = 1 \Rightarrow I_m = 1A$$

می‌دانیم میدان مغناطیسی سیمولوله القاگر از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{L}$ به

دست می‌آید:

$$B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5000 \times 1}{0.1} = 60 \times 10^{-4} T = 60 G$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۴۹، ۱۰۰ و ۱۲۱)

فرض کنید پس از ریختن آب، در شاخه B مایع (۱) به اندازه x سانتی‌متر پایین رود. حجم مایع جابه‌جا شده در دو شاخه برابر یکدیگر است و از آنجا که مساحت سطح مقطع شاخه B، ۴ برابر مساحت سطح مقطع شاخه A است. (A = \pi r^2) مایع در شاخه A به اندازه 4x بالا می‌رود.

$$P_E = P_F \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$\Rightarrow 5 \times \Delta x = 1 \times 50 \Rightarrow x = 25 \text{ cm}$$

در شکل ۲ (پس از رسیدن به حالت تعادل):

$$\begin{cases} P_C = P_0 + \rho_1 g(4x) \\ P_D = P_0 + \rho_2 g(50 - x) \end{cases}$$

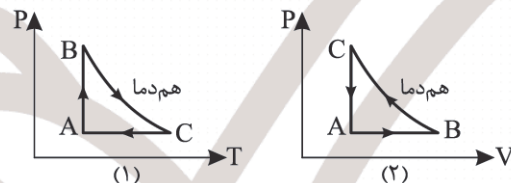
$$\Rightarrow P_C - P_D = 5 \times 10^3 \times 10 \times 8 \times 10^{-2} - 10^3 \times 10 \times 0.48$$

$$\Rightarrow P_C - P_D = 40000 - 48000 = -8000 \text{ Pa}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

نمودار P-V هر چرخه را رسم می‌کنیم:



در یک چرخه:

$$\Delta U = W + Q = 0 \Rightarrow Q = -W$$

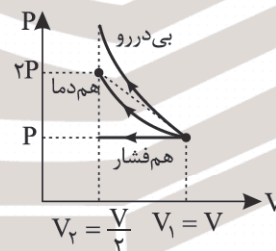
چرخه PV در شکل (۱) ساعتگرد است. بنابراین $W < 0$ و $Q > 0$ یعنی گاز از محیط گرما می‌گیرد.

چرخه PV در شکل (۲) پادساعتگرد است. بنابراین $W > 0$ و $Q < 0$ یعنی گاز به محیط گرما می‌دهد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

مطابق شکل فشار نهایی گاز در فرایند بی‌دررو بیشتر از 2P است.



$$T = \frac{PV}{nR}$$

(الف) درست، بنابراین با نصف شدن حجم و افزایش فشار که از 2P بیشتر است، دمای مطلق نهایی گاز در فرایند بی‌دررو بیشتر از 2T1 خواهد شد.

(ب) درست، برطبق رابطه معادله حالت گاز آرمانی $T = \frac{PV}{nR}$ در فرایند

هم‌فشار با نصف شدن حجم، دمای مطلق گاز نصف خواهد شد.

(ج) نادرست، در فرایند تراکم بی‌دررو دمای مطلق افزایش و در فرایند تراکم هم‌فشار دمای مطلق گاز کاهش می‌یابد و انرژی درونی گاز آرمانی متناسب با دمای مطلق گاز است. پس انرژی درونی در فرایند بی‌دررو افزایش و در فرایند هم‌فشار کاهش می‌یابد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۸)

اختلاف پتانسیل هر یک از لامپ‌های ۲ و ۳ برابر ۱۱۰V است که برابر نصف ولتاژ اسمی آن است. بنابراین توان مصرفی هر یک از این لامپ‌ها بر طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، $P = \frac{1}{4}$ توان اسمی آنها خواهد شد.

$$P_2 = P_3 = \frac{1}{4}P = \frac{1}{4} \times 100 = 25W$$

به طریق مشابه توان مصرفی هر یک از لامپ‌های ۴، ۵، ۶ و ۷ برابر $\frac{1}{16}$ توان اسمی آنها است.

$$P_4 = P_5 = P_6 = P_7 = \frac{1}{16}P = 6.25W$$

$$P_{کل} = 100 + (2 \times 25) + (4 \times 6.25) = 175W$$

$$U = Pt \Rightarrow U = \frac{175}{1000} kW \times 4 = 0.7 kWh$$

تومان $0.7 \times 2000 = 1400$ = بهای برق مصرفی
(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۷۵)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$R_{eq} = 2R \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{2R} \Rightarrow I_A = \frac{\epsilon}{2R} = \frac{30}{2R} = \frac{15}{R}$$

$$R_{eq} = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2} \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{\frac{3R}{2}} = \frac{2}{3} \frac{\epsilon}{R} = \frac{2}{3} \times \frac{30}{R} = \frac{20}{R}$$

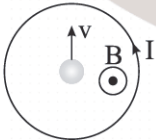
$$\Rightarrow I'_A = \frac{1}{2}I = \frac{1}{2} \times \frac{20}{R} = \frac{10}{R}$$

$$I_A - I'_A = 0.5 \Rightarrow \frac{15}{R} - \frac{10}{R} = 0.5 \Rightarrow \frac{5}{R} = 0.5 \Rightarrow R = 10 \Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

میدان مغناطیسی حاصل از حلقه حامل جریان در مرکز حلقه برون‌سو است. با اعمال قانون دست راست جهت نیروی وارد بر ذره α که دارای بار مثبت است، به سمت راست است.



(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۵۶. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم در مولد جریان متناوب نیروی محرکه تابع سینوسی و شار مغناطیسی تابع کسینوسی است، پس وقتی برای دومین بار نیروی محرکه بیشینه می‌شود، شار مغناطیسی برای دومین بار صفر می‌شود:

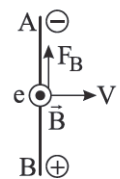
$$\phi = 0.03 \cos(100\pi t)$$

$$\phi = 0 \Rightarrow 100\pi t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{200} s = 15 ms$$

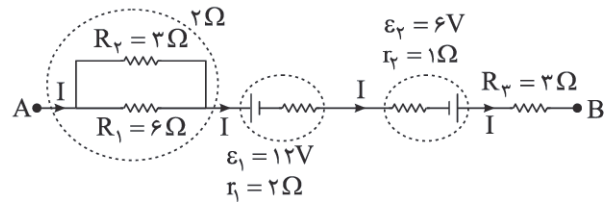
(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۵۷. گزینه ۲ صحیح است.

مطابق شکل نیرویی از طرف میدان بر هر الکترون در راستای قائم رو به بالا وارد می‌شود، بنابراین در سر میله A بار منفی و در سر میله B بار مثبت ایجاد می‌شود. یعنی پتانسیل نقطه A کمتر از پتانسیل نقطه B است. توجه کنید جریان در میله AB ایجاد نمی‌شود. چرا؟



۵۱. گزینه ۴ صحیح است.
ابتدا جریان‌هایی که جهت آن دلخواه انتخاب شده‌اند را در مدار در نظر می‌گیریم:



$$V_A - 2I - 12 - 2I - 1I + 6 - 3I = V_B$$

$$-8I - 6 = V_B - V_A = -18$$

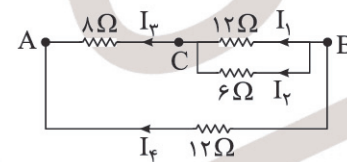
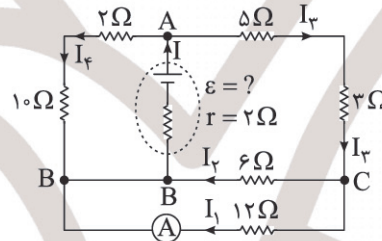
$$8I = 12 \Rightarrow I = 1.5A$$

با توجه به جهت جریان، مولد یک در حال شارژ است.

$$V_1 = \epsilon_1 + r_1 I_1 = 12 + 2 \times 1.5 = 15V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۱، ۶۵ و ۷۲)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.



$$I_1 = 1A \Rightarrow I_1 \times 12 = I_2 \times 6 \Rightarrow 1 \times 12 = I_2 \times 6 \Rightarrow I_2 = 2A$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 3A$$

مقاومت معادل شاخه بالایی 12Ω و شاخه پایینی هم 12Ω است،

$$\text{پس } I_4 = I_3 = 3A, \text{ پس } I_4 = 6A$$

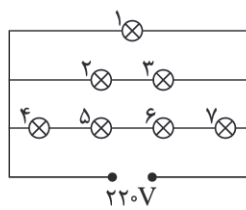
$$R_{eq} = \frac{12 \times 12}{24} = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R+r} \Rightarrow 6 = \frac{\epsilon}{6+2} \Rightarrow \epsilon = 48V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ و ۷۲)

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

لامپ (۱) به اختلاف پتانسیل $220V$ که برابر ولتاژ اسمی آن است، وصل شده است. بنابراین توان مصرفی لامپ ۱ برابر توان اسمی آن است.



$$P_1 = 100W$$

بر طبق رابطه $\vec{a} = -\omega^2 \vec{y}$ شتاب دو نقطه M و N برابر یکدیگر است و شتاب هر دو در جهت منفی محور y است. بنابراین گزینه (ج) درست است. چون نقطه M به سمت دامنه و نقطه N به سمت مرکز نوسان در حرکت اند بزرگی شتاب نقطه M در حال افزایش و بزرگی شتاب نقطه N در حال کاهش است. بنابراین گزینه (د) نیز نادرست است.
(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۳، ۶۴ و ۷۳)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

در موج طولی راستای انتشار موج بر راستای نوسان ذرات محیط منطبق است و جابه جایی ذره ای که در مرکز یک فشردگی یا مرکز یک کشیدگی قرار دارد، صفر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

اگر یکای کمیت x را با [x] نشان دهیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} E &= E |q| \Rightarrow [E] = \frac{N}{C} \\ F &= qVB \sin \alpha \Rightarrow [B] = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} \Rightarrow \left[\frac{E}{B}\right] = \frac{m}{s} \\ c &= \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \Rightarrow [\mu_0 \epsilon_0] = \frac{s^2}{m^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\mu_0 \epsilon_0] = \left(\frac{B}{E}\right)^2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۵)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$f = \frac{nv}{\lambda} = \frac{n}{\lambda} \sqrt{\frac{F}{\rho \times A}}$$

چون جنس دو تار یکسان است، چگالی دو تار برابر است.

۱- تعداد گره = تعداد شکم = n : شماره هماهنگ

$$n_1 = 3 - 1 = 2, n_2 = 5$$

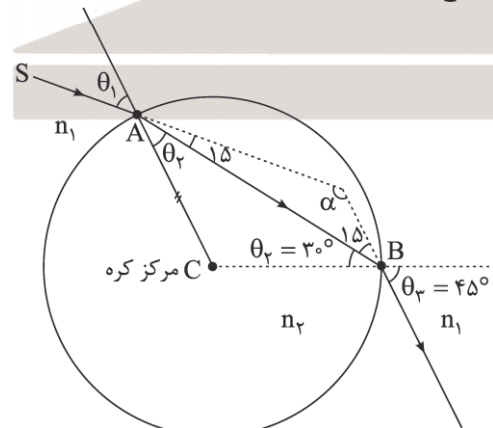
$$F_2 = 4F_1, A = \pi r^2, r_2 = \frac{1}{2} r_1 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{4} A_1$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\ell_1}{\ell_2} \cdot \frac{n_2}{n_1} \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{A_1}{A_2}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \sqrt{4 \times 4} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 4 = 5$$

$$\Rightarrow f_2 = 5f_1$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۳، ۱۰۶ و ۱۰۷)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2} \times \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin \theta_2$$

می دانیم اگر میله ای به طول ℓ با تندی v عمود بر خطوط میدان مغناطیسی حرکت کند و راستای سیم بر راستای میدان عمود باشد، اختلاف پتانسیل بین دو میله از رابطه $\mathcal{E} = BLV$ به دست می آید.

$$\mathcal{E} = 2 \times 0.5 \times 5 = 5V$$

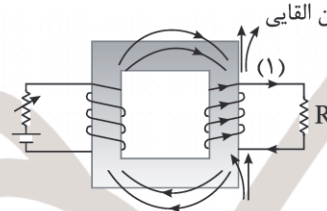
چون $V_A < V_B$ است، پس $V_A - V_B < 0$ است، یعنی:

$$V_A - V_B = -5V$$

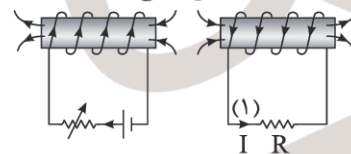
(فیزیک یازدهم، صفحه ۱۷۵)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

در مدار شکل (الف) میدان حاصل از سیملوله سمت چپ روی سیملوله سمت راست رو به پایین است و با کاهش مقدار مقاومت متغیر میدان مغناطیسی به سمت پایین روی سیملوله سمت راست زیاد شده و سیملوله سمت راست طبق قانون لنز میدانی رو به بالا ایجاد کرده و جریان القایی در جهت (۱) در آن القا می شود.



در شکل (ب) میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله سمت چپ به سمت چپ است. با کاهش مقاومت متغیر جریان الکتریکی زیاد شده و میدان مغناطیسی به سمت چپ زیاد شده و سیملوله سمت راست میدانی به سمت راست ایجاد می کند و با اعمال قانون دست راست در این سیملوله جریان الکتریکی القایی در جهت (۱) برقرار می شود.



(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\Delta t = \frac{3T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{11T}{12} = 5.5 \Rightarrow T = 6s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ rad/s}$$

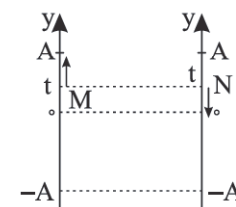
$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 36 \times 10^{-4} \times 1 = 9 \times 10^{-4} J$$

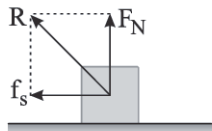
$$E = 0.9 mJ$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۲ و ۶۳)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

مطابق شکل دو نقطه M و N در راستای محور y در نوسان اند. نقطه M در جهت مثبت محور y به سمت +A می رود، یعنی تندی آن در حال کاهش است و نقطه N در جهت منفی محور y به سمت مرکز نوسان می رود، یعنی تندی آن افزایش می یابد. بنابراین گزینه های (الف) و (ب) نادرست اند.



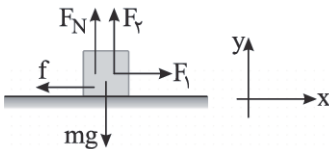


$$f_s = F_{e_1} + F_{e_2} = 30 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{1600 + 900} = \sqrt{2500} = 50 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۵)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.



$$F_{(\text{net})y} = 0 \Rightarrow F_N + F_y = mg$$

$$F_N = mg - F_y = 20 - 5 = 15 \text{ N}$$

$$f_{s\text{max}} = \mu_s F_N = 0.8 \times 15 = 12 \text{ N}$$

چون $F_x > f_{s\text{max}}$ است، جسم به حرکت درمی‌آید.

در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4 \text{ s}$ داریم:

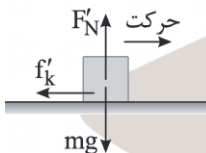
$$F - f_k = ma_1, f_k = \mu_k F_N = 0.6 \times 15 = 9 \text{ N}$$

$$\Rightarrow 15 - 9 = 2a \Rightarrow 6 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

سرعت جسم در لحظه $t = 4 \text{ s}$:

$$v_f = a_1 t + v_0 \Rightarrow v_f = 3 \times 4 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس از قطع نیروها تا توقف داریم:



$$F'_N = mg$$

$$f'_k = \mu_k mg$$

$$-f'_k = ma_2 \Rightarrow -\mu_k mg = ma_2$$

$$\Rightarrow a_2 = -\mu_k g \Rightarrow a_2 = -0.6 \times 10 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x_1 = \left(\frac{v_f + v_0}{2} \right) \times t = \frac{12}{2} \times 4 = 24 \text{ m}$$

$$v_0^2 - v_f^2 = 2a_2(\Delta x_2) \Rightarrow 0 - (12)^2 = 2 \times (-6) \times \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = 12 \text{ m}$$

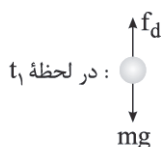
$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 24 + 12 = 36 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷، ۳۸، ۴۰ و ۴۱)

۷۰. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل رسم شده در تندی حدی نیروی مقاومت هوا برابر 0.05 N است. می‌دانیم در تندی حدی $f_d = mg$ است.

$$f_d = mg \Rightarrow 5 \times 10^{-3} = m \times 10 \Rightarrow m = 5 \times 10^{-4} \text{ kg}$$



در لحظه t_1 :

$$\Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_r = 45^\circ$$

$$n_1 \times \sin \theta_r = n_2 \sin \theta_p \Rightarrow 1 \times \sin \theta_r = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_p = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \theta_p = 90^\circ$$

$$\alpha + 15 + 15 = 180 \Rightarrow \alpha = 150^\circ$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۱ و ۹۸)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{انرژی هر فوتون تابش شده به فلز آهن}$$

$$E = \frac{4.125 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{250 \times 10^{-9}} = 4.95 \text{ eV}$$

$$hf = W_0 + K_{\text{max}}$$

$$\Rightarrow 4.95 = 4.5 + K_{\text{max}} \Rightarrow K_{\text{max}} = 0.45 \text{ eV}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

وقتی الکترون از تراز پایه $n = 1$ به ترازهای بالاتر برود، فوتون جذب می‌شود. کمترین بسامد مربوط به گذار $n = 1$ به $n = 3$ است که فوتون آن در محدوده فرسرخ قرار می‌گیرد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

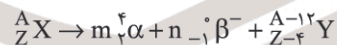
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{900}{8} \text{ nm}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{\frac{900}{8} \times 10^{-9}} = \frac{8}{9} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$= \frac{8}{9} \times 10^{15} \text{ THz} = \frac{8000}{9} \text{ THz}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۶)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.



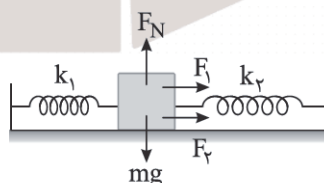
$$A = 4m + A - 12 \Rightarrow 4m = 12 \Rightarrow m = 3 \quad \alpha \text{ تعداد ذرات}$$

$$Z = 2m - n + Z - 4 \Rightarrow 2m = n + 4$$

$$6 = n + 4 \Rightarrow n = 2 \quad \text{تعداد ذرات بتای منفی}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۴)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.



بزرگی تغییر طول فنر از حالت عادی برابر یکدیگر و $\Delta x = 0.1 \text{ m}$ است.

$$F_{e_1} = k_1(\Delta x) = 100 \times 0.1 = 10 \text{ N}$$

$$F_{e_2} = k_2(\Delta x) = 200 \times 0.1 = 20 \text{ N}$$

$$F_{e_1} + F_{e_2} = 10 + 20 = 30 \text{ N}$$

$$f_{s\text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow f_{s\text{max}} = 0.8 \times 40 = 32 \text{ N}$$

چون بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بیشتر از نیروی خالص وارد بر جسم از طرف فنرها است، جسم حرکت نمی‌کند و اصطکاک از نوع ایستایی (f_s) است.



سرعت هر یک از ذره‌ها را در لحظه $t = 4s$ به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0$$

$$\begin{cases} v_A = (4 \times 4) - 2 = 14 \frac{m}{s} \\ v_B = (1 \times 4) + 4 = 8 \frac{m}{s} \end{cases}$$

جابه‌جایی هر ذره را در بازه ۴ ثانیه پس از رسیدن به هم به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

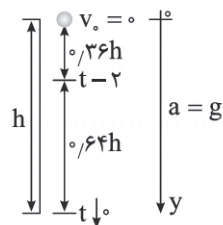
$$\Delta x_A = \frac{1}{2} \times 4 \times (4)^2 + (14 \times 4) = 32 + 56 = 88 m$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} \times 1 \times (4)^2 + (8 \times 4) = 8 + 32 = 40 m$$

$$\Delta x_A - \Delta x_B = 88 - 40 = 48 m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.



$$\frac{1}{2} g(t-2)^2 = 0.36h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} g(t-2)^2 = 0.36 \times \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow (t-2)^2 = 0.36 t^2$$

پاسخ مورد قبول $t = 5s$

غیر قابل قبول $t = \frac{2}{1.6} s$

$$v = gt + v_0 = 10 \times 5 = 50 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{50 + 0}{2} = 25 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

شیمی

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) نادرست، فراوان‌ترین عنصر در مشتری، هیدروژن می‌باشد.

(ب) نادرست، از دو ایزوتوپ 6Li و 7Li درصد فراوانی 6Li از 7Li کمتر است!

(پ) درست، ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن عبارتند از: 1H ، 2H و 3H .

(ت) درست، شمار عنصرهای با نماد تک حرفی در ۴ دوره نخست جدول

عبارتند از:

۱ (H) یک عنصر: دوره ۱

۲ (B, C, N, O, F) پنج عنصر: دوره ۲

۳ (P, S) دو عنصر: دوره ۳

۴ (K, V) دو عنصر: دوره ۴

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳، ۶، ۱۰ و ۱۱)

$$mg - f_d = ma \Rightarrow 5 \times 10^{-4} \times 10 - 2 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-4} a$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-4} a \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

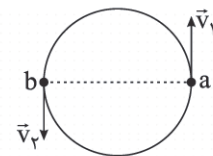
۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{15} = 4s$$

$$2s = \frac{T}{2}$$

زمان داده شده نصف یک دوره است:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{6 \times 4}{4} = 6 \frac{m}{s}$$



$$|\Delta \vec{v}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 2|\vec{v}_1| = 12 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12}{2} = 6 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۷ تا ۱۰)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$t = 2s \Rightarrow x_1 = -4 + 12 - 8 = 0$$

$$t = 3s \Rightarrow x_2 = -9 + 18 - 8 = 1m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1-0}{3-2} = 1 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲ تا ۹)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$x_A = v_A t + x_{0A}$$

$$v_A = v_{av(A)} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{0-10}{2/5} = -4 \frac{m}{s}$$

$$x_A = -4t + 10$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B}$$

در بازه صفر تا $1/5s$ که سرعت ذره B صفر است داریم:

$$\Delta x = \left(\frac{v_0 + 0}{2}\right) \times 1/5 \Rightarrow 4/5 = \frac{v_0}{2} \times 1/5 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 1/5 a + 6 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$x_B = -2t^2 + 6t + 2$$

$$x_A = x_B \Rightarrow -4t + 10 = -2t^2 + 6t + 2$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 10t + 8 = 0 \Rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

$$\Delta x_A = v_A (\Delta t) \Rightarrow \Delta x_A = -4 \times 2 = -12m \Rightarrow \Delta x_B = \Delta x_A$$

$$\Rightarrow \Delta x_B = -12m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۵ تا ۱۷)

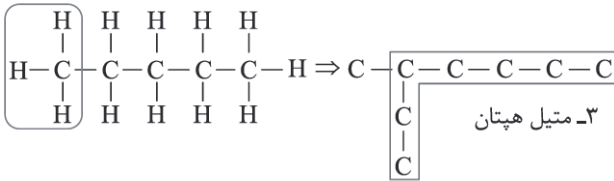
۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$a_A = a_{avA} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 - (-2)}{2} = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = a_{avB} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 - 4}{2} = 1 \frac{m}{s^2}$$

دو ذره در لحظه $t = 4s$ به هم می‌رسند. چرا؟

ب) نادرست



ب) نادرست، چهارمین آلکن C_4H_8 می‌باشد. جرم مولی سومین آلکن (C_3H_6) برابر ۵۶ گرم بر مول می‌باشد.

$$\begin{cases} C_1 \cdot H_8 = 128 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \\ C_2 \cdot H_{12} = 72 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \end{cases} \Rightarrow 128 - 72 = 56 \text{ g}$$

ت) درست، در C_4H_{10} تعداد ۴ پیوند C - C و در سیکلوهگزان تعداد ۱۲ پیوند C - H وجود دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۷، ۳۹ تا ۴۱ و ۴۴)

۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

انرژی گرمایی هر ماده به مقدار آن ماده بستگی دارد.

بررسی عبارت‌های درست:

۲) ظرفیت گرمایی ماده به جرم ماده نیز بستگی دارد در حالی که ظرفیت گرمایی ویژه هر ماده هم‌ارز با گرمای لازم برای افزایش دمای ۱g ماده به اندازه یک درجه سلسیوس است.

۴) زیرا سطح انرژی واکنش‌دهنده در این دو واکنش با هم متفاوت است. پایداری گرافیت از الماس بیشتر بوده و گرمای کمتری آزاد می‌کند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۷، ۶۲ و ۶۴)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$C_{Al} = \frac{Q}{m \Delta t} = \frac{18}{0.2 \times 100} = 0.9 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$C_{Ag} = 1/136 - 0.9 = 0.236 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$Q = mc \Delta \theta \Rightarrow Q = 0.5 \times 0.236 \times 25 = 2.95 \text{ kJ}$$

(شیمی یازدهم، صفحه ۶۰)

۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به واکنش (I) که در آن دو پیوند N - H تشکیل شده است می‌توان نوشت:

$$N - H \text{ پیوند} = \frac{782}{2} = 391 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

میانگین آنتالپی پیوند O - H از N - H بیشتر است زیرا طول پیوند O - H از N - H کمتر می‌باشد، بنابراین:

$$O - H \text{ پیوند} = 391 + 72 = 463 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

در واکنش (III) افزون بر شکستن دو پیوند O - H مقدار ۴۴kJ گرما برای تبخیر لازم است:

$$H_2O(l) \rightarrow O(g) + 2H(g), \Delta H = 44 \times (2 \times 463) = +970 \text{ kJ}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶۵، ۶۷ و ۶۸)

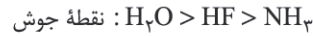
۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

زیرا حالت فیزیکی H_2O مایع می‌باشد و در نمودار غلظت - زمان، شیب نمودار مربوط به مواد مایع خالص یا جامد خالص منفی نبوده و ثابت می‌باشد!

بررسی عبارت‌های نادرست:

۱) الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

۸۵. گزینه ۱ صحیح است.



بررسی عبارت‌های نادرست:

۲) هگزان در آب نامحلول است!

۳) در شرایط یکسان انحلال‌پذیری:

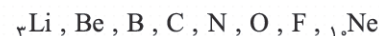


۴) برخلاف دو روش دیگر در روش تقطیر علاوه بر میکروپها مواد آلی فرار نیز در آب به دست آمده وجود داشته و آلاینده بیشتری دارد!

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۹، ۱۱۵ و ۱۱۹)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

این عنصرها به ترتیب عبارتند از:

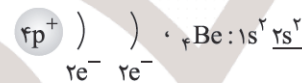


ا) نادرست، کمترین چگالی در بین دو عنصر فلزی Li و Be مربوط به Li می‌باشد و واکنش‌پذیری Li از Be بیشتر است.

ب) نادرست، بیشترین شمار الکترون‌های زیرلایه p ظرفیت در بین این عنصرها مربوط به Ne می‌باشد که واکنش‌پذیری آن کمتر است!

پ) درست، واکنش‌پذیری: $C > B$

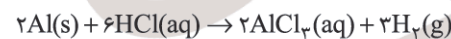
ت) درست، این عنصر برلیوم می‌باشد:



در گروه فلزهای قلیایی خاکی با افزایش عدد اتمی واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد. بنابراین واکنش‌پذیری ${}_{20}\text{Ca}$ از ${}_{4}\text{Be}$ بیشتر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۰، ۲۱ و ۴۷)

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.



$$? \text{ g Al} \text{ ناخالص } = 100 \text{ mL } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22.4 \text{ L } H_2} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol } H_2} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}}$$

$$\times \frac{100 \text{ g Al}}{75 \text{ g Al}} = 100 \text{ g}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$a \text{ g } C_7H_5OH = 360 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol } C_7H_5OH}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{46 \text{ g } C_7H_5OH}{1 \text{ mol } C_7H_5OH} \times \frac{75}{100} = 138 \text{ g}$$

$$? \text{ g } C_7H_4 = 138 \text{ g } C_7H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_5OH}{46 \text{ g } C_7H_5OH}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_7H_4}{1 \text{ mol } C_7H_5OH} \times \frac{28 \text{ g } C_7H_4}{1 \text{ mol } C_7H_4} = 84 \text{ g } C_7H_4$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۸۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$55 \text{ g } CO_2 = 0.25 \text{ mol } C_nH_{2n+2} \times \frac{n \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_nH_{2n+2}} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\Rightarrow n = 5 \Rightarrow C_5H_{12} \text{ (پنتان)}$$

ا) درست، حالت فیزیکی پنتان در دما و فشار اتاق مایع و حالت فیزیکی گاز فندک (پنتان) به صورت گازی می‌باشد.



۹۷. گزینه ۴ صحیح است.

پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آنها نیز آشنا بودند. بررسی عبارت‌های درست:

- ۱) پاک‌کننده‌های خورنده افزون بر برهم‌کنش با ذرات آلاینده با آنها واکنش نیز می‌دهند.
- ۲) اسیدها با فلزهای نجیب مانند طلا، پلاتین و پالادیم واکنش نمی‌دهند.
- ۳) اسید و باز آرنیوس به ترتیب در آب سبب افزایش غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید می‌شوند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

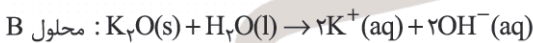
۹۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$A \text{ محلول } ? \text{ mol HCl} = 112 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{22400 \text{ mL HCl}}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}$$

$$[H^+] = M = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol}}{0.5 \text{ L}} = 0.01 \text{ mol L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log 10^{-2} = 2$$



$$? \text{ mol OH}^- = 37.6 \text{ g K}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol K}_2\text{O}}{94 \text{ g K}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol K}_2\text{O}}$$

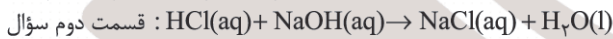
$$= 0.8 \text{ mol OH}^-$$

$$[OH^-] = M = \frac{0.8 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.4 \text{ mol L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 2.5 \times 10^{-14} \text{ mol L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log(2.5 \times 10^{-14}) = -\log(5 \times 10^{-15}) = 13.6$$

$$\text{pH}_1 + \text{pH}_2 = 2 + 13.6 = 15.6$$



$$? \text{ mol HCl} = 0.16 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaOH}} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}$$

$$5 \times 10^{-3} - 4 \times 10^{-3} = 1 \times 10^{-3} \text{ mol HCl} \text{ باقی مانده}$$

$$[H^+] = \frac{1 \times 10^{-3} \text{ mol}}{0.5 \text{ L}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1} \Rightarrow \text{pH}_{\text{جدید}} = 2.7$$

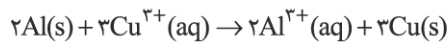
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹۹. گزینه ۲ صحیح است.

اتم‌های روی به یون‌های هیدروژن اسید الکترون داده و سبب کاهش آنها می‌شوند.

بررسی عبارت‌های درست:

- ۱) این روش یکی از راه‌های بهره‌گیری از انرژی ذخیره شده در فلزها، از طریق اتصال آنها در شرایط مناسب به یکدیگر است.
- ۳) قدرت کاهندگی فلز Al از فلز Cu بیشتر بوده و با انجام واکنش گرما آزاد می‌شود. به دلیل مصرف یون‌های $Cu^{2+}(aq)$ شدت رنگ آبی محلول کاهش می‌یابد.



۴) به همین دلیل فلزها اغلب کاهنده هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۹، ۴۰، ۴۲ و ۴۳)

۲) در برخی واکنش‌های شیمیایی ضرایب استوکیومتری تمام مواد شرکت‌کننده یکسان و برابر ۱ می‌باشد. بنابراین \bar{R} آنها با R واکنش

یکسان است زیرا: هر ماده \bar{R} = ضریب استوکیومتری آن واکنش R

۳) لیکوپین دارای ۱۳ پیوند دوگانه $C = C$ می‌باشد در حالی‌که در آلکن‌ها تنها یک پیوند $C = C$ وجود دارد!

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۲، ۸۳ و ۸۸ تا ۹۳)

۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

نیروی بین مولکولی غالب در الکل‌ها تا پنج کربن از نوع هیدروژنی بوده و به همین دلیل به خوبی در آب حل می‌شوند. تنها ۳ الکل نخست شامل متانول، اتانول و ۱- پروپانول به هر نسبتی در آب محلول‌اند! بررسی عبارت‌های درست:

۲) ساده‌ترین آمین‌ها، متیل آمین با فرمول مولکولی CH_3NH_2 می‌باشد. عنصرهای سازنده آمین‌ها C، H و N و عنصرهای سازنده آمیدها C، H، N و O می‌باشند.

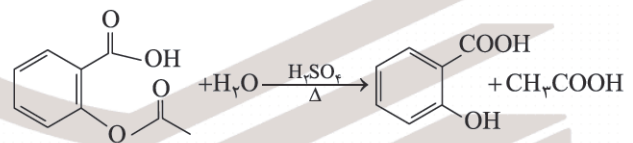
۳) به همین دلیل از این پلیمر در تهیه تیر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود.

۴) در واقع مولکول‌های نشاسته در این شرایط به مونومرهای سازنده خود (گلوکز) تبدیل شده و مزه شیرین ایجاد می‌کنند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۳ و ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

بخش استری مشخص شده در این ترکیب بر اثر اکسایش تولید استیک اسید می‌نماید. این اسید یکی از پرکاربردترین اسیدهای آلی در زندگی روزانه است!



بررسی عبارت‌های نادرست:

- ۱) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی و شمار اتم‌های H در آن یکسان و برابر ۸ می‌باشد.
- ۲) گروه‌های عاملی در آن شامل گروه استری و گروه اسیدی (کربوکسیل) می‌باشند.
- ۴) عدد اکسایش کربن گروه کربوکسیل آن برابر +۳، کربن متصل به اکسیژن استری در حلقه +۱ و کربن دیگر برابر -۱ است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۴ و ۱۱۵)

۹۶. گزینه ۱ صحیح است.

- درست، صابون‌های $RCOONH_4$ و $RCOOK$ ، هم مایع هستند.
- نادرست، کلئید همانند سوسپانسیون یک مخلوط ناهمگن است.
- درست، قدرت پاک‌کنندگی صابون در این نوع آب کاهش می‌یابد، زیرا با یون‌های موجود در آب سخت رسوب تشکیل می‌دهد.
- نادرست، برای این منظور به صابون‌ها ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.
- درست

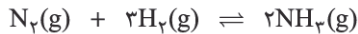
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶، ۷، ۹، ۱۲ و ۱۳)

$$? \text{ mol } N_2 = 84 \text{ g } N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 \text{ g } N_2} = 3 \text{ mol } N_2$$

$$? \text{ mol } NH_3 = 34 \text{ g } NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17 \text{ g } NH_3} = 2 \text{ mol } NH_3$$

$$? \text{ mol } H_2 = \frac{V_a}{V_b} = \frac{V}{V} \times 1/5 = 3/5 \text{ mol } H_2$$

با توجه به آنکه حجم ظرف تعادل ۲L می باشد:



mol.L ⁻¹ غلظت اولیه	۱/۵	۱/۷۵	۰
تغییر غلظت	-x	-۳x	+۲x
mol.L ⁻¹ غلظت تعادلی	۱	۰/۲۵	۱

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} = \frac{1^2}{1 \times (0/25)^3} = 64$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

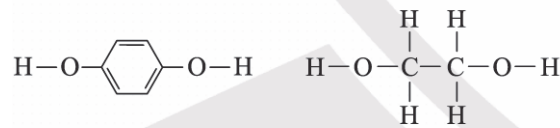
۱۰۵. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به فرمول مولکولی پارازیلین (C₈H₁₀) و ترفتالیک اسید (C₈H₆O₄) مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی این دو ترکیب با هم یکسان است.

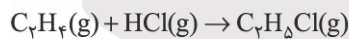
بررسی عبارتهای درست:

(۱) زیرا طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت مصرف گرما (جهت برگشت) جابه‌جا شده و ثابت تعادل کاهش یافته است.

(۲) مونومرهای سازنده PET، ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول می‌باشند.



(۳) از واکنش C₂H₄ (اتن) با گاز HCl، کلرواتان تولید می‌شود.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۱۴ و ۱۱۶ تا ۱۱۸)

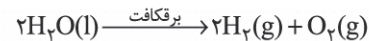
۱۰۰. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به بیشتر بودن قدرت کاهندگی A از B الکتروود A آند این سلول را تشکیل داده و با اکسایش A از جرم تیغه A کاسته می‌شود! بررسی عبارتهای درست:

(۱) زیرا قدرت اکسندگی Ag⁺ از Fe²⁺ بیشتر است.

(۲) سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰ درصد دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا سه برابر افزایش می‌دهد.

(۴) با توجه به واکنش کلی برقکافت آب حجم گاز تولیدشده در کاتد (هیدروژن) دو برابر حجم گاز تولیدشده در آند (اکسیژن) خواهد بود.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۵ تا ۴۷، ۵۰، ۵۱ و ۵۴)

۱۰۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$1) \quad NH_4^+ \Rightarrow x + 4 = 1 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow -3 + 2 = -1$$

$$OF_2 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = +2$$

(ب) آهنی که با لایه نازکی از فلز روی پوشیده شده است، آهن سفید یا آهن گالوانیزه نام دارد.

(پ) در آبکاری یک قاشق فولادی با فلز نقره، قاشق به قطب منفی (کاتد) و میله نقره‌ای به قطب مثبت (آند) متصل است و الکترولیت را محلولی از نمک نقره انتخاب می‌کنند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۲، ۵۳، ۵۹ و ۶۰)

۱۰۲. گزینه ۲ صحیح است.

رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آنها بستگی دارد.

بررسی عبارتهای درست:

(۱) ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است و می‌توان آن را یک گونه شیمیایی دوبعدی دانست.

(۳) به عنوان مثال CO₂، CS₂، OCS، HCN و ... مولکول‌های سه اتمی خطی هستند، اتین (C₂H₂) یک مولکول چهار اتمی خطی است!

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷۲، ۷۴ تا ۷۶ و ۸۰)

۱۰۳. گزینه ۳ صحیح است.

این توده‌های فلزی از جنس فلزهای رودیم (Rh)، پالادیم (Pd) و پلاتین (Pt) می‌باشند.

بررسی عبارتهای درست:

(۱) زیرا در حضور توری پلاتینی واکنش به صورت انفجاری انجام می‌شود که نشان دهنده سرعت بیشتر واکنش و کمتر بودن انرژی فعالسازی آن در مقایسه با استفاده از کاتالیزگر پودر روی می‌باشد.

(۲) زیرا انرژی فعالسازی آنها نسبتاً زیاد است و در دمای اتاق تأمین نمی‌شود.

(۴) عدد اکسایش NO و NO₂ به ترتیب از +۲ و +۴ به صفر رسیده است. بنابراین کاهش یافته و نقش اکسنده دارند. این دو گونه دارای الکترون جفت نشده بوده و رادیکال محسوب می‌شوند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۸ تا ۱۰۲)

۱۰۴. گزینه ۴ صحیح است.



$$a = 1/806 \times 10^{24} e^- \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mol } H_2}{4 \text{ mole } e^-} = 1/5 \text{ mol } H_2$$